

# Extra oefenopgave bij het college

## Kwantummechanica 2

### Tijdsafhankelijke aspecten van de kwantummechanica

Beschouw de 3-dimensionale spinruimte van een spin-1 deeltje dat onder invloed staat van een homogeen magnetveld. Neem aan dat de Hamilton-operator van dit systeem de volgende vorm heeft:

$$\hat{H}^{\text{spin}}(t) = \frac{2\gamma}{\hbar} \vec{\mathcal{B}}(t) \cdot \hat{\vec{S}} \quad (\gamma > 0),$$

met  $\hat{\vec{S}}$  de spinoperator van het beschouwde spin-1 deeltje. Voor  $t \leq 0$  is er sprake van een constant magnetveld langs de  $z$ -as:

$$\vec{\mathcal{B}}(t \leq 0) = \mathcal{B}_0 \vec{e}_z \quad (\mathcal{B}_0 > 0),$$

en bevindt het spinsysteem zich in de grondtoestand. Deze grondtoestand wordt beschreven door de spinvector  $\chi_{1,-1}$ , waarbij  $\chi_{s,m_s}$  zoals gebruikelijk de 1-deeltjes spinvector is die een spin- $s$  deeltje beschrijft met spincomponent  $m_s \hbar$  langs de  $z$ -as.

We willen nu vanaf het tijdstip  $t = 0$  het magnetveld zodanig gaan veranderen dat het spinsysteem op tijdstip  $t = t_f > 0$  in de toestand  $\chi_{1,+1}$  terecht komt.

Poging 1: we veranderen het magnetveld volgens

$$\vec{\mathcal{B}}(0 < t \leq t_f) = \left( \mathcal{B}_0 - \frac{2\mathcal{B}_0}{t_f} t \right) \vec{e}_z.$$

- (i) – Laat zien dat voor het beschouwde systeem geldt dat de verwachtingswaarde van de spinoperator  $\hat{S}_z$  niet verandert op het tijdsinterval  $t \in [0, t_f]$ .
  - Geef hiervoor ook een symmetrie-argument.
- (ii) Waarom is poging 1 gedoemd te mislukken?

Poging 2: we veranderen het magnetveld nu volgens

$$\vec{\mathcal{B}}(0 < t \leq t_f) = \mathcal{B}_x \sin(\pi t/t_f) \vec{e}_x + \left( \mathcal{B}_0 - \frac{2\mathcal{B}_0}{t_f} t \right) \vec{e}_z \quad (\mathcal{B}_0 \gg \mathcal{B}_x > 0).$$

- (iii) Waarom heeft poging 2 wel kans van slagen?
- (iv) – Beargumenteer waaraan de tijdsperiode  $t_f$  moet voldoen om de beoogde verandering van de toestandfunctie te realiseren.
  - Wat gebeurt er dan met de energie van het systeem op het tijdsinterval  $t \in [0, t_f]$ ?
  - Geef hierbij ook aan hoe dit soort energieveranderingen in feite mogelijk zijn.