Quanten-Raumzeit aus dem »Nichts«

Vakuum ist nicht leer, sondern von Quantenfluktuationen erfüllt. Das muss auch für die vierdimensionale Raumzeit gelten – und damit für die Gravitation. Wie könnten ihre »Quanten« beschaffen sein?

Von Renate Loll

Nach den Quantenfeldtheorien ist der Zustand größter »Leere«, oder genauer gesagt, der Zustand geringster Energie – auch Grundzustand genannt – eben nicht eine unveränderliche Leere. Er ist vielmehr von quantenmechanischen Fluktuationen des Vakuums geprägt. Sie äußern sich durch Elementarteilchen, die an beliebigen Raum- und Zeitpunkten spontan aus dem Vakuum entstehen und wieder dorthin verschwinden. Solche Vorgänge spielen sich nur auf den winzigen Größenskalen ab, die durch die berühmte Heisenberg'sche Unschärferelation zugestanden werden.

Auf den uns durch Beschleunigerexperimente zugänglichen Größenskalen dominieren diejenigen Kräfte zwischen den beteiligten Elementarteilchen, die durch ihre elektrische, starke und schwache Ladung verursacht werden. Im Vergleich dazu ist der Effekt der vierten und letzten der uns bekannten elementaren Wechselwirkungen, der Gravitation, völlig vernachlässigbar, weil die Massen der Elementarteilchen viel zu gering sind.

Auf größeren Skalen dagegen – einschließlich kosmischer Distanzen – spielen elektrische Kräfte keine Rolle mehr, weil sich die Ladungen gegenseitig neutralisieren. Die starke Kraft, die beispielsweise Atomkerne zusammenhält, hat ohnehin nur eine sehr kurze Reichweite, ebenso die schwache Wechselwirkung, die zum Beispiel gewisse radioaktive Zerfallsprozesse auslöst. Folglich dominiert die Gravitation auf großen Distanzen gegenüber den anderen drei Wechselwirkungen. Diese spielen keine Rolle, wenn wir die Wurfbahn eines Balls unter dem Einfluss des Erdschwerefelds betrachten.

So kommt es, dass die Theorie der mikroskopischen Welt, die Quantenmechanik, und die der makroskopischen Welt, die Allgemeine Relativitätstheorie, sich unter normalen Bedingungen nicht gegenseitig in die Quere kommen: Auf den Größenskalen der einen Theorie sind die Effekte der anderen vernachlässigbar.

Interessanterweise sagt die uns bekannte Physik voraus, dass die Gravitation auf sehr kleinen Größenskalen wiederum eine Rolle zu spielen beginnt. Diese liegen unterhalb der für die Elementarteilchenphysik relevanten Skalen. Es ist jedoch keine Rolle im Sinne von Einsteins Relativitätstheorie, sondern in einer darüber hinausgehenden Form: Die Gesetze dieser Gravitation müssten nicht den Regeln der klassischen, sondern denen der Quantenphysik folgen. Diese Quantengravitationstheorie, die wir in der Physik seit Jahrzehnten suchen, sollte also die Quantenfluktuationen des leeren Raums beschreiben können. Sie würde damit auch – in Weiterführung der Idee des quantenfeldtheoretischen Vakuums – die dynamische Struktur des ultimativen Grundzustands von Materie und Raumzeit erfassen. Dieser Grundzustand wäre dann sozusagen die Mutter aller Vakua.

Allgemeine Relativitätstheorie plus Quantentheorie gibt …

Aus Größenordnungsabschätzungen ergibt sich, dass eine Quantengravitationstheorie auf einer charakteristischen Längenskala von lediglich 10^{-35} Metern, der so genannten Planck-Länge, direkt relevant ist. Physikalische Phänomene auf so winzigen Abständen entziehen sich auf absehbare Zeit jeglichem experimentellen Zugriff: Ein Beschleuniger heutiger Technologie müsste mindestens so groß wie unser Sonnensystem sein, um zur Planck-Skala vorzudringen. Wie können wir trotzdem eine Vorhersage über sie treffen? Und wer oder was bewegt sich bei den Quantenfluktuationen des leeren Raums? Immerhin können wir uns diesen Phänomenen mit Plausibilitätsbetrachtungen nähern, indem wir sowohl die Allgemeine Relativitätstheorie als auch die Quantentheorie über ihre Gültigkeitsbereiche hinaus erweitern.

Albert Einstein entwickelte die Allgemeine Relativitätstheorie in der revolutionären Einsicht, dass Raum und Zeit nicht einfach strukturlose Kontinua sind. Sie sind kein statischer und unveränderlicher Aufbewahrungsort für Materie mitsamt ihren Wechselwirkungen, sondern stellen selbst dynamische Größen dar. Vereinigt zu einer einzigen vierdimensionalen Raumzeit können Raum und Zeit sich krümmen, sich bewegen und mit jeder Art von Masse und Energie wechselwirken. Diese Krümmung der Raumzeit nehmen wir als Gravitationskräfte wahr. Solche Kräfte bestimmen beispielsweise die Flugbahn eines Geschosses im Gravitationsfeld der Erde oder die Ablenkung eines Lichtstrahls durch einen Stern wie die Sonne.

Die keinesfalls einfach zu beschreibenden Krümmungseigenschaften eines Stücks leerer Raumzeit bezeichnet man in der Physik auch als Raumzeitgeometrie. In ihr ist die Stärke der Krümmung eine lokale Eigenschaft, das heißt, sie hängt davon ab, an welchem Ort und welchem Zeitpunkt der Raumzeit man sich befindet. An einem gegebenen Punkt besitzt sie zusätzlich noch Richtungseigenschaften: Allgemein wird ein Lichtstrahl, der sich von rechts nach links durch einen Punkt bewegt – je nach Einfluss der Umgebung des betrachteten Stücks Raumzeit – anders abgelenkt werden als einer, der den Punkt beispielsweise von oben nach unten durchläuft.

Eine weitere fundamentale Erkenntnis der Physik des letzten Jahrhunderts besteht darin, dass alle bisher überprüften Naturgesetze die Form von Quantennaturgesetzen haben. Das bedeutet unter anderem, dass man Ort und Bewegungszustand eines physikalischen Objekts niemals gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit messen kann. Formuliert ist das in der Heisenberg'schen Unschärferelation. Sind die Systeme groß und die Energien niedrig genug, dann stellt die so genannte klassische Näherung, die alle Quanteneigenschaften ignoriert, eine sehr genaue Annäherung dar. Sie ist dann in der experimentellen Praxis von der quantenmechanischen Beschreibung nicht unterscheidbar. In der Hochenergiephysik, welche die nichtgravitativen Wechselwirkungen auf sehr kleinen Abständen beschreibt, ist dies jedoch nicht der Fall.

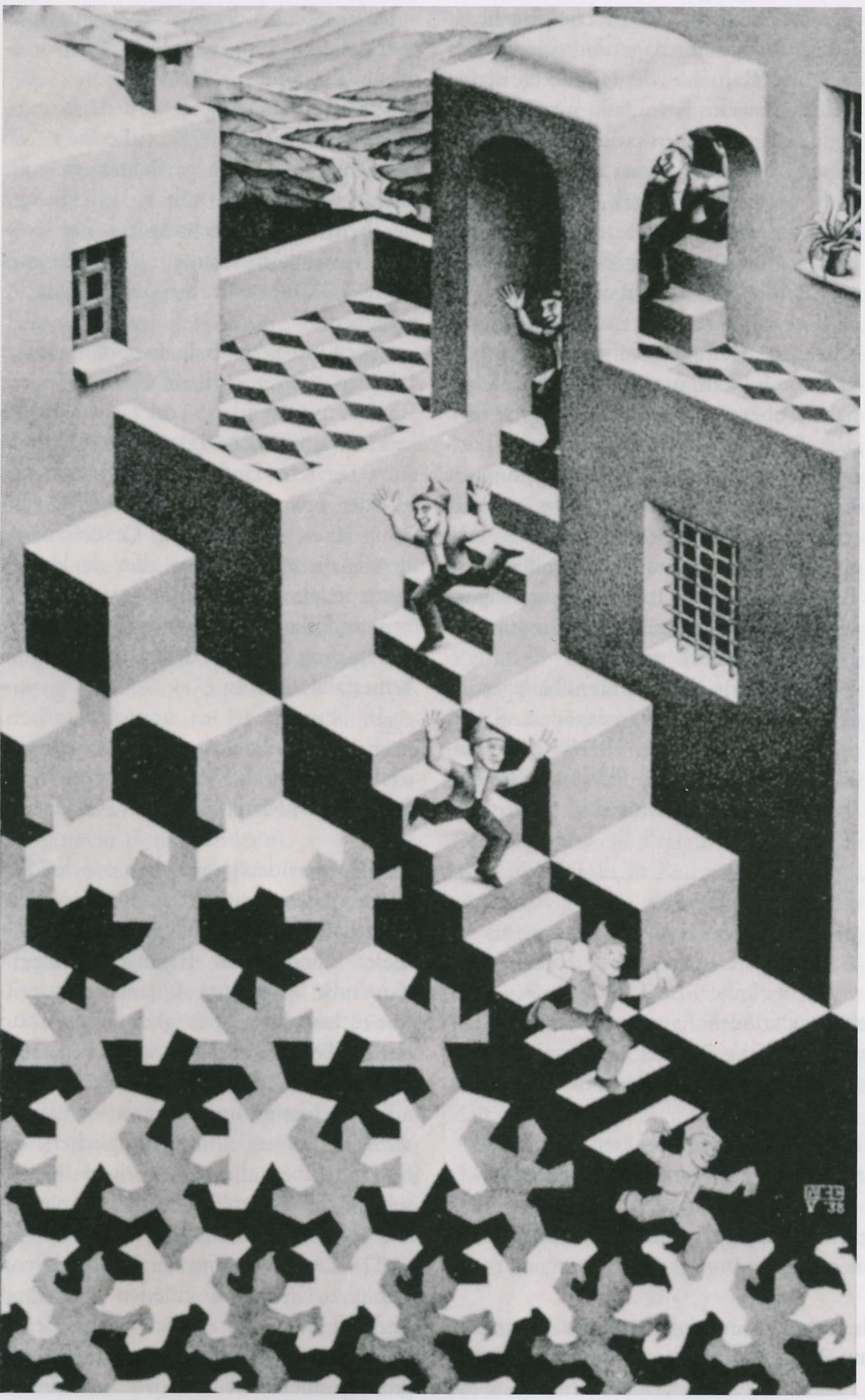
Ganz analog erwarten wir in der Physik, dass wir Gravitationswechselwirkungen ebenfalls durch Quantenbewegungsgesetze beschreiben müssen. Da allerdings die Schwerkraft die mit Abstand schwächste Wechselwirkung ist, können sich ihre Quanteneigenschaften erst auf entsprechend kleinen Längenskalen bemerkbar machen – bei wesentlich kürzeren Abständen, als bisher in Experimenten auflösbar ist. Nach dieser allgemein akzeptierten Logik müsste im Abstandsbereich der Planck-Länge der leere Raum ähnlichen Quantenfluktuationen unterliegen wie das vorhin beschriebene quantenfeldtheoretische Vakuum. Doch dieses Mal fluktuieren die Gravitationsfreiheitsgrade selbst: Es sind elementare Krümmungsanregungen der Raumzeit.

... Raumzeitschaum?

Bei den sehr viel größeren Skalen des quantenfeldtheoretischen Vakuums konnte die Raumzeit als feste Hintergrundstruktur betrachtet werden. Sie dient also in der bisherigen Elementarteilchenphysik als feste »Bühne«. Aus der Sicht der wesentlich kleineren Planck-Skala nimmt sie nun jedoch selbst am dynamischen Geschehen teil. Wie in der Quantenfeldtheorie müssten also gewisse elementare Quanten der Gravitation spontan erzeugt und vernichtet werden. Doch welche Teilchen wären das?

Die Antwort auf diese Frage ist uns noch nicht bekannt. Sie ist eines der Anliegen einer Theorie der Quantengravitation. Es handelt sich nicht um die so genannten Gravitonen. Damit bezeichnet man in der Physik gemeinhin teilchenartige Anregungen eines schwachen Gravitationsfeldes – allerdings auf einer festen, nicht gekrümmten Hintergrundraumzeit. Letztere liefert eben gerade keine zutreffende Beschreibung der sehr dynamischen Situation auf der Planck-Skala.

Stattdessen benutzt die theoretische Physik seit mehr als fünfzig Jahren Begriffe wie Quantenschaum oder Raumzeitschaum, um den vorhergesagten, stark quantenfluktuierenden Zustand der Raumzeit zu umschreiben. Dabei geht man davon aus, dass Raum und Zeit so drastischen lokalen Krümmungsfluktuationen unterworfen sind, dass sie mit einer klassischen gekrümmten Geometrie der Allgemeinen Relativitätstheorie – etwa um einen Stern herum – absolut nichts mehr gemein haben. Allerdings entspringen detailliertere Darstel-



M. C. Escher war vom Zusammenspiel verschiedener Dimensionen fasziniert, wie es auch bei der Konstruktion einer Quantenraumzeit eine Rolle spielt. Eschers »Kreislauf« von 1938 illustriert einen Übergang zwischen den Dimensionen zwei und drei.

lungen der Struktur auf der Planck-Skala, wonach die Raumzeit etwa Löcher entwickelt, sich verknotet oder gar in winzige diskrete Stücke zerfällt, bislang im Wesentlichen der freien Forscherfantasie (Bild S. 71 oben; siehe auch den vorstehenden Artikel).

Obwohl derartige qualitative Vorstellungen schon sehr lange kursieren, hat es sich bisher als äußerst schwierig erwiesen, sie zu einer quantitativen Theorie mit experimentell überprüfbaren Resultaten auszubauen. Seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts sind die Physiker auf der Suche nach einer Quantisierung der Einstein'schen Theorie. Zahlreiche Lösungsansätze sind auf halbem Wege vor unüberwindbaren Hürden stecken geblieben. Dabei ist weiterhin unklar, ob es sich nur um rein technische Schwierigkeiten oder um Probleme prinzipieller Natur handelt. Da die winzigen Skalen auf absehbare Zeit technisch nicht zugänglich sein werden, fehlen obendrein relevante experimentelle Daten, die als Leitfaden für die theoretische Forschungsarbeit dienen könnten.

Trotz der bisherigen Rückschläge gibt es jedoch viel versprechende, neue Lösungsstrategien zur Konstruktion einer Theorie der Quantengravitation, insbesondere die Methode der kausalen dynamischen Triangulierungen, die ich im Folgenden beschreiben werde. In sie fließen naturgemäß auch Techniken und Erkenntnisse anderer Ansätze ein, jedoch mit dem grundlegenden Unterschied, dass das Kausalitätsprinzip zentral berücksichtigt wird. Allgemein verstehen wir darunter, dass eine Wirkung immer ihrer Ursache folgen muss, nicht umkehrt, was eine Zeitrichtung vorgibt. Zudem sollen gleiche Ursachen gleiche Wirkungen haben. Darüber hinaus muss die zu konstruierende Raumzeit selbst eine kausale Struktur haben. Erst in Bezug darauf können wir überhaupt nach der Kausalität eines physikalischen Prozesses fragen, der sich in dieser Raumzeit abspielt.

Feynmans Pfadintegralmethode

Abgesehen vom Kausalitätsprinzip gehen nur sehr wenige weitere Annahmen in diese Methode ein. In der Hauptsache ist es das Quantenüberlagerungsprinzip, das sich im Rahmen der Quantentheorie vielfach bewährt hat. Dafür werden keine Symmetrieprinzipien wie beispielsweise Supersymmetrien benötigt, die noch nicht nachgewiesen sind, oder neue physikalische Objekte wie zum Beispiel elementare Strings oder Schleifen (siehe auch in diesem Heft auf S. 58).

Eine weitere, sehr wichtige Eigenschaft der Methode ist ihre Berechenbarkeit durch Computersimulationen. Diese haben überzeugende Hinweise geliefert, dass die aus kausalen dynamischen Triangulierungen erzeugte Quantenraumzeit auf genügend großen Skalen die erwünschten klassischen Eigenschaften besitzt. Auf der anderen Seite haben diese Rechnungen konkrete Quanteneigenschaften der Raumzeit auf kleinsten Skalen zu Tage gefördert.

Das Prinzip der Quantenüberlagerung heißt auch Pfadintegralmethode und geht auf Richard Feynman (1918–1988) zurück, den Träger des Physiknobelpreises von 1965. Diese universell einsetzbare Methode zur Beschreibung der Quantendynamik physikalischer Systeme trägt dem Wahrscheinlichkeitscharakter der Quantentheorie Rechnung. Dazu stellt sie den Zustand eines physikalischen Systems als Überlagerung (Integration oder Addition) aller möglichen Zustände dar, die dieses System annehmen kann. Jeder dieser »virtuellen« Zustände trägt zu dieser Lösung mit einer bestimmten, zahlenwertigen Gewichtung bei. Diese hängt von den Eigenschaften ab, die das System hätte, wenn es sich in dem zugehörigen klassischen Zustand befände. Deshalb sprechen wir bei den Pfadintegralen auch von Überlagerungen »klassischer, virtueller« Zustände.

Wendet man dieses Überlagerungsprinzip auf die Gravitationstheorie an, so betrachtet man eine gewichtete Summe aller Zustände eines unter dem Einfluss der Schwerkraft wechselwirkenden Systems. Das könnten zum Beispiel zwei massive Körper sein, die sich gegenseitig anziehen.

Der Einfachheit halber werden wir das Überlagerungsprinzip auf ein Stück leerer Raumzeit anwenden – oder auf eine gesamte leere Raumzeit, also ein Universum. Letzteres läuft manchmal auch unter der etwas hochfliegenden Bezeichnung einer »Summe über Geschichten«. Bereits dieses einfachste aller denkbaren Systeme kann mit sich selbst wechselwirken und damit quantendynamische Eigenschaften besitzen, deren Beschreibung keinesfalls trivial ist.

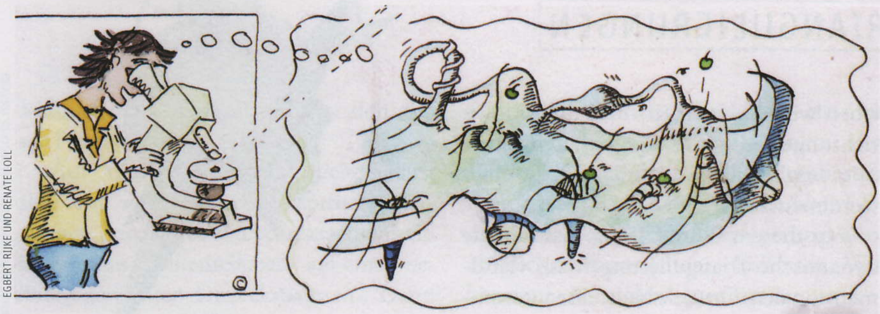
Im Prinzip ist es unproblematisch, nach der Konstruktion des Modells der leeren Raumzeit in einem nächsten Schritt auch Materiefelder zu berücksichtigen.

Im Folgenden gebrauchen wir den Begriff der Raumzeit für einen klassischen, virtuellen Zustand, und die Summe aller dieser überlagerten Raumzeiten ergibt dann die komplette Quantenraumzeit. Die technische Schwierigkeit besteht nun darin, die Menge aller möglichen, verschiedenartig gekrümmten Raumzeiten auf eine bestimmte Weise zu identifizieren. Diese muss es uns ermöglichen, die Summe über die zugehörigen Wahrscheinlichkeitsamplituden mathematisch sinnvoll auszuführen.

Da die Krümmung der Raumzeit von Punkt zu Punkt verschieden sein kann und selbst ein nur endlich großes Stück Raumzeit unendlich viele Punkte enthält, gibt es unendlich viele solcher Krüm-

In Kürze

- **Vakuum** ist von **Quantenfluktuationen** erfüllt. Auch Raum und Zeit selbst könnten in drastischen Raumzeitkrümmungen fluktuieren. Das geschieht vermutlich nahe der kleinsten Skala der heutigen Physik, der Planck-Skala (Planck-Länge: 10^{-35} Meter).
- Die Gravitation folgt geometrisch aus Raumzeitkrümmungen. Eine zutreffende Beschreibung der Raumzeitfluktuationen sollte zu der noch gesuchten **Quantentheorie der Gravitation** führen.
- Eine viel versprechende Lösungsstrategie sind **kausale dynamische Triangulierungen**. Sie bauen Raumzeiten aus vierdimensionalen Dreiecksbausteinen und geben ihnen dabei eine kausale Struktur.
- Die kausale Struktur der Raumzeit ist die Voraussetzung dafür, dass die in ihr ablaufenden physikalischen Prozesse dem **Kausalitätsprinzip** unterliegen.


EGBERT RIJKE UND RENATE LOLL

Mit etwas Fantasie blickt diese Quantengravitationsforscherin auf die wild quantenfluktuierende Geometrie der Raumzeit auf der Planck-Skala.

mungskonfigurationen. Also müssen wir uns die Frage stellen, ob und wie wir diese sinnvoll »abzählen« und aufaddieren können.

Zur Lösung dieses Problems führen wir zwischenzeitlich eine Hilfskonstruktion ein. Mit ihr können wir die Summe über alle Raumzeiten als Grenzfall von Summen über einfachere geometrische Objekte darstellen. Diese Objekte nähern ihrerseits gekrümmte Raumzeiten an. An dieser Stelle kommen die eigentlichen Triangulierungen ins Spiel.

Raumzeiten aus Dreiecken, kausal verklebt

Eine Triangulierung ist eine besondere Art von Raumzeitgeometrie, die wir durch das Aneinanderkleben von vierdimensionalen Dreiecksbausteinen erhalten. Per definitionem ist das Innere jedes einzelnen Bausteins ungekrümmt. Krümmung kann jedoch an den Stellen auftreten, wo benachbarte Bausteine aneinander stoßen. Das vereinfacht die Situation im Vergleich zu einer allgemeinen gekrümmten Raumzeit, die in jedem Punkt gekrümmt sein kann.

Besonders anschaulich lässt sich das am Beispiel einer Triangulierung darstellen. Dabei bauen wir mit zweidimensionalen, dreieckigen Bausteinen – also Dreiecken im uns geläufigen Sinn – die Oberflächen dreidimensionaler Körper nach. Es ist sofort klar, dass die durchschnittliche Größe der Dreiecke bestimmt, wie gut eine solche Triangulierung einen gewöhnlichen gekrümmten zweidimensionalen Raum annähern kann. Das zeigt das Bild rechts mit dem Hasen: Je kleiner die Dreiecke sind und je feinmaschiger so das Netz der Triangulierung wird, desto besser ist die Näherung.

In der Praxis – und mit Hilfe eines Computers – führen wir die Summe über Geschichten so aus, dass wir zunächst mit einer groben Annäherung beginnen. In dieser besteht jede beitragende, gekrümmte Raumzeit aus einer relativ kleinen Anzahl großer dreieckiger Bausteine (Bild S. 72). Dann studieren wir systematisch, wie sich die Summe im Grenzfall immer kleinerer und somit zahlreicherer Bausteine verhält. Dabei dürfen die Dreiecksbausteine auf keinen Fall völlig beliebig aneinandergeklebt werden. Dieser Prozess muss gewissen kausalen Regeln gehorchen.

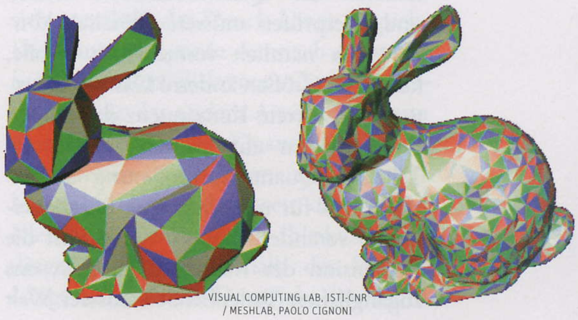
Diese Regeln sind dadurch motiviert, dass unsere tatsächlich existierende, makroskopische vierdimensionale Raumzeit aus drei Raumrichtungen (rechts – links, auf – ab, vor – zurück) und einer Zeitrichtung besteht. Raum und Zeit sind dabei ihrem Wesen nach verschieden. So kann man in jeder der Raumrichtungen ohne Probleme vor- und wieder zurücklaufen. In der Zeit kann man sich hingegen immer nur in Vorwärtsrichtung – also in die Zukunft – bewegen, aber nicht in die Vergangenheit.

Zudem ist es wichtig, dass es in der Raumzeit nach der Relativitätstheorie eine größtmögliche Geschwindigkeit gibt, die Lichtgeschwindigkeit. Diese Endlichkeit der Signalausbreitung impliziert gewisse kausale Eigenschaften der Raumzeit. So ist es beispielsweise unmöglich, dass ein Ereignis an einen bestimmten Punkt in Raum und Zeit mit einem Ereignis an einem anderen Punkt in einem ursächlichen Zusammenhang steht, falls die beiden zu weit voneinander entfernt sind. Dann nämlich ist ein Lichtstrahl oder eine andere Art von Signal zu langsam, um den Abstand zwischen beiden Punkten in der verfügbaren Zeit zu überbrücken.

Nun stellt sich die Frage, wie wir solche kausalen Eigenschaften in die zu summierenden triangulierten Raumzeiten einbauen. Grob gesagt ordnen wir jedem einzelnen Baustein einen Zeitpfeil zu. Dann lassen wir nur solche Verklebungen zu, in denen die Gesamtheit aller Pfeile unisono in eine gemeinsame Richtung zeigt, nämlich die der kausalen Zukunft. Interessanterweise beziehen bisher die allermeisten Ansätze zum gravitationstheoretischen Pfadintegral der Einfachheit halber keine kausalen Eigenschaften mit ein. In der Folge gibt es keine besonders ausgezeichnete Richtung innerhalb der so konstruierten vierdimensionalen »Raumzeit«. Die Zeitrichtung wird bei ihnen einfach als eine vierte Raumrichtung behandelt – doch die Lichtgeschwindigkeit, die der Signalausbreitung Grenzen setzt und so an jedem Punkt der Entwicklung eine Richtung in eine Zukunft vorgibt, geht nicht grundsätzlich in die Konstruktion der Raumzeit ein. Dies ist mit dem Begriff der imaginären Zeit identisch, auf dem beispielsweise Stephen Hawkings Arbeiten zur Quantengravitation basieren.

Zwei Dinge müssen wir bei unserer Konstruktion noch hervorheben. Zum Ersten lässt sich die Überlagerung aller Raumzeiten nach Einführung der kausal triangulierten »Hilfsgerüste« tatsächlich konkret auswerten. Zum Zweiten beinhaltet die Verwendung dieser Art von Bausteinen keineswegs, dass die tatsächlich existierende Raumzeit auf kleinen Skalen aus kleinen diskreten Dreiecken zusammengesetzt sein muss. Es handelt sich um eine strikte Hilfskonstruktion. Dabei sind wir letztendlich nur an dem Grenzfall interessiert, in dem die Dreiecke – wie beim Beispiel des immer feiner nachgeformten Hasen – völlig weggeschrumpft sind. Die Forschung auf diesem Gebiet geht auch davon aus, dass das Endergebnis der Rechnung nicht von der speziellen Form der Bausteine abhängen wird. Man könnte also genauso gut quadratische oder fünfeckige Grundformen verwenden.

Wir haben nun einen Einblick darin, wie wir konkret eine Summe über alle


VISUAL COMPUTING LAB, ISTI-CNR / MESHLAB, PAOLO CIGNONI

Zweidimensionale Triangulierungen nähern sich an gekrümmte Oberflächen umso besser an, je kleiner die Dreiecke sind.

Raumzeiten ausführen können. Jetzt müssen wir uns natürlich fragen, zu welchem Ergebnis wir dabei kommen.

Die Quantenraumzeit ergibt sich durch die Überlagerung aller Raumzeiten, die virtuell möglich sind. In einem mathematisch präzisen Sinn entsteht sie also aus deren »Zusammenspiel«. Sie muss bestimmte Eigenschaften besitzen, damit wir sie als aussichtsreiche Kandidatin für das ultimative Vakuum ansehen können. Auf genügend großen Abständen betrachtet muss sie wie eine Raumzeit aussehen, die den Regeln der klassischen Allgemeinen Relativitätstheorie gehorcht. Dies ist die wohlbekannte Forderung, dass eine Quantentheorie im klassischen Grenzfall, also ohne Berücksichtigung jeglicher Quantenfluktuationen, wieder die zugehörige klassische Theorie zurückliefern muss. Von Letzterer weiß man ja bereits, dass sie die zugehörigen physikalischen Phänomene auf großen Skalen korrekt beschreibt. Aber wie stellt man fest, welche physikalischen Eigenschaften die aus kausalen dynamischen Triangulierungen erzeugte Quantenraumzeit hat?

Unerwartete Grenzwerteffekte

Dies ist ein schwieriges Unterfangen, da die so modellierte Quantenraumzeit nur in sehr unanschaulicher Form vorliegt, nämlich als eine Masse computergespeicherter Simulationsdaten. Um bestimmte geometrische Eigenschaften zu untersuchen, müssen wir also geeignete »Experimente« an ihr durchführen. Diese Computerexperimente müssen dem Vorgehen bei einer realen physikalischen Versuchsanordnung möglichst nahekommen. Sie umfassen deshalb Messungen, die Längen und Abstände, Flächeninhalte und Volumina betreffen. Aus diesen Daten lassen sich im Prinzip alle Krümmungseigenschaften der Raumzeitgeometrie ableiten. In der Praxis kann das jedoch beliebig kompliziert werden.

Zunächst stellt sich aber heraus, dass wir zuerst wesentlich elementarere Eigenschaften der Quantenraumzeit messen und überprüfen müssen. Plötzlich können sich nämlich vermeintlich stabile, klassische Größen ändern! Das ist eine etwas unerwartete Konsequenz der großen Fluktuationen auf kleinen Skalen, die Teil der Quantenformulierung ausmachen. Das für uns wichtigste Beispiel einer so veränderlichen Größe betrifft die Dimension der Raumzeit. In dem uns zugänglichen Skalenbereich unserer Welt leben wir in einer Zeit- und drei Raumrichtungen, die Einsteins Relativitätstheorie präzise als untrennbare Teile einer vierdimensionalen Raumzeit beschreibt.

Aus diesem Grund setzen wir kausale dynamische Triangulierungen aus vierdimensionalen Dreiecksbausteinen zusammen. Folglich ist auch jede einzelne Raumzeit, die aus endlich vielen solcher Dreiecke besteht, vierdimensional (Bild S. 74). Trotzdem kann die Quantenüberlagerung aller dieser Raumzeiten tatsächlich eine andere Dimension besitzen! Genau das passiert in dem für uns relevanten Grenzfall, bei dem wir die Quantenraumzeit aus unendlich vielen Bausteinen zusammensetzen.

Damit wir eine anschauliche Vorstellung dieses Phänomens gewinnen, stellen wir uns den einfachsten Fall einer großen Anzahl zweidimensionaler Dreiecke vor. Diese verkleben wir zu einer langen, dünnen zylindrischen Röhre. Der Zylinderumfang soll dabei überall zwei bis drei Dreieckskantenlängen einschließen. Nun verbauen wir immer mehr Dreiecke, ohne dass wir die durchschnittliche Zahl der Bausteine im Zylinderumfang ändern. Dabei soll auch die Größe der einzelnen Dreiecke konstant bleiben.

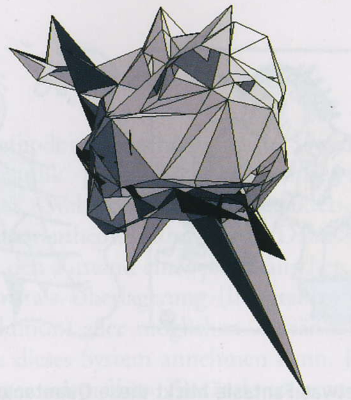
Je öfter wir diese Vorschrift durchführen, desto länger wird unser Zylinder. Nach unendlich vielen Schritten ist er ein unendlich langer »Faden« geworden. Weil der Zylinderumfang im Verhältnis zur Länge effektiv gegen Null schrumpft, hat dieser Faden dann nur noch eine Dimension. Auch der umgekehrte Effekt ist möglich: Dabei »knüllen« sich zweidimensionale Triangulierungen so zu »räumlicheren« Gebilden zusammen, dass im Grenzfall ein höherdimensionales Objekt entsteht.

Aus konkreten Beispielen weiß die Forschung, dass bei einer solchen Dimensionsumwandlung sogar Dimensionen auftreten können, die nicht ganzzahlig sind. Das sind zum Beispiel geometrische Objekte der Dimension 3/2 (also 1,5). Damit unser Gedankenexperiment mit dem Zylinder anschaulich bleibt, haben wir nur zweidimensionale, dreieckige Bausteine verwendet. Ganz analoge Dimensionsumwandlungen können jedoch genauso bei Bausteinen beliebiger Dimension auftreten.

Diese Erkenntnis hat Folgen für unsere Konstruktion einer Theorie der Quantengravitation aus mikroskopischen Dreiecksbausteinen der Dimension 4: Das damit erzeugte Quantenuniversum muss im Grenzfall unendlich vieler Bausteine auf großen Skalen keinesfalls die gewünschten vier Dimensionen besitzen! Tatsächlich ergaben sich bei den nichtkausalen Vorläufern der dynamisch triangulierten Quantengravitation stets andere Dimensionszahlen als vier. Diese Modelle waren folglich auf makroskopischer Längenskala eben nicht mit der klassischen Relativitätstheorie vereinbar. Aus diesem Grund begannen wir mit unserer Gruppe, nach einer verbesserten Quantentheorie der Raumzeit zu suchen.

Nehmen wir an, dass wir unsere aus Dreiecksbausteinen computererzeugte Quantenraumzeit vorliegen haben. Nun müssen wir »messen«, welche Dimension dieses Modell auf allen relevanten Größenskalen hat, für die es jeweils gelten soll. Aber wie misst man die Dimension eines unbekannten geometrischen Objekts? Dafür gibt es eine universell anwendbare Methode: Wir betrachten, wie sich etwas in dem untersuchten Raum ausbreitet. Ein solcher Diffusionsprozess beschreibt ganz allgemein die Ausbreitung von so verschiedenen Dingen wie einem Tintentropfen in einem Glas Wasser (Bild S. 73 oben) oder einer ansteckenden Krankheit in einer Bevölkerung.

Uns interessiert dabei das Teilvolumen, das der Prozess im Laufe der Diffusionszeit erfasst. Das wäre zum Beispiel beim Tintentropfen im Wasserglas das Anwachsen des Tintenwolkenvolumens eine, zwei, drei und mehr Sekunden nach Freisetzen des Tropfens. Die Geschwindigkeit, mit der das Ausbreitungsvolumen wächst, erlaubt nämlich Rückschlüsse auf die effektive Dimension des



»ORIGAMI BIRD«, PAUL CODDINGTON, UNIVERSITY OF ADELAIDE

In der Summe über Geschichten wird nicht eine einzige Raumzeit, sondern die Menge aller möglichen Raumzeiten durch Triangulierungen angenähert. Die Geometrie dieser Raumzeiten ist, wie in diesem zweidimensionalen Beispiel angedeutet, auf sehr kleinen Größenskalen stark gekrümmt.

Mediums oder Raums, in dem sich dieser Prozess abspielt.

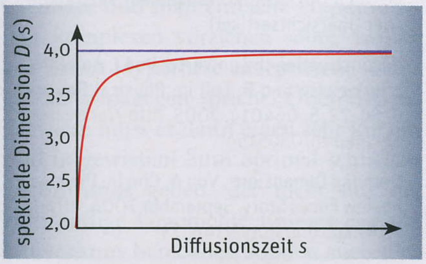
Auf triangulierten Raumzeiten lässt sich ein solcher Diffusionsprozess ganz einfach durchspielen. Dazu setzen wir ein imaginäres »Tintenteilchen« auf einen beliebig gewählten Dreiecksbaustein. Dann lassen wir den Diffusionsprozess in Zeitschritten anlaufen. Bei jedem Zeitschritt hüpft das Teilchen auf einen rein zufällig gewählten, direkt benachbarten Dreiecksbaustein. Nach einer bestimmten Diffusionszeit von zum Beispiel 100 Zeitschritten erhalten wir so eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Aufenthaltsort des Teilchens in der Umgebung des Ausgangspunktes der Diffusion. Ein Dreiecksbaustein ist als Ort umso wahrscheinlicher, je mehr Pfade der Länge 100 zu ihm führen, die das Teilchen genommen haben könnte.

Dimensionsmessung durch Diffusion

Es ist anschaulich klar, dass diese Wahrscheinlichkeit mit der Entfernung des Bausteins vom Anfangspunkt abnimmt und schließlich zu Null wird. Nun können wir auch plausibel verstehen, wie wir über diese Diffusion auf die Dimension des umgebenden Raums schließen können: Bei gegebener Entfernung zwischen zwei Punkten hängt nämlich die Zahl der Wege, die zwischen ihnen möglich sind, von der Dimension ab.

Unser Computerexperiment zur Dimensionsmessung betrachtet die Eigenschaften eines solchen Diffusionsprozesses. Es mittelt dabei über alle im Raum möglichen Anfangspunkte der Diffusion und über alle triangulierten Raumzeiten, die in der Summe über Geschichten – also der Überlagerung aller möglichen Raumzeiten – auftreten. Wir können die dabei benötigten Entfernungen und Volumina bei gegebener Diffusionszeit leicht messen. Aus ihnen bestimmen wir die so genannte spektrale Dimension der Quantenraumzeit.

Die spektrale Dimension *D*(*s*) der Quantenraumzeit (rote Kurve) geht für wachsende Diffusionszeit *s* von der Dimension 2 (links) nach der Dimension 4 (nach rechts) über. Zum Vergleich ist die spektrale Dimension einer klassischen Raumzeit aufgetragen (blau). Diese ist unabhängig von der betrachteten Längenskala und hat immer den Wert 4. Die Planck-Länge befindet sich am linken Rand der Kurve, also bei extrem kurzen Diffusionszeiten.



JAN AMBJØRN, JERZY JURKIEWICZ UND RENATE LOLL

Das Resultat für den Grenzfall unendlich kleiner Dreiecksbausteine ist eine Kurve (Bild unten). Sie ist in mehr als einer Hinsicht bemerkenswert. Offensichtlich hängt die spektrale Dimension *D*(*s*), die auf der vertikalen Achse aufgetragen ist, davon ab, über welche Zeitspannen der Diffusion *s* (horizontale Achse) wir den Prozess betrachten. Zu kurzen Diffusionszeiten und entsprechend kurzen Diffusionswegen des »Testteilchens« hin sinkt die spektrale Dimension. Mit ansteigenden Wegen und Zeiten wächst sie dagegen.

Physikalisch interpretiert bedeutet das: Setzen wir ein physikalisches Teilchen in unsere leere Quantenraumzeit hinein, dann sinkt die von ihm »gefühlte« Dimension mit der Größenskala, die für dieses Teilchen charakteristisch ist. Gäbe es Teilchen der Größe Null, dann wäre die Raumzeit für dieses Teilchen exakt zweidimensional: Diese Situation entspricht dem Ursprung der *D*(*s*)-Kurve ganz links. Wächst es dagegen in Richtung makroskopischer Skalen, dann nähert sich die spektrale Dimension der Zahl vier – das entspräche einer Verlängerung der Kurve nach rechts ins Unendliche. Dieses Resultat entspricht wie erhofft der Vierdimensionalität unserer Welt im Großen, wie sie Einsteins Relativitätstheorie beschreibt. Wir haben damit ein Indiz dafür, dass die über kausale dynamische Triangulierungen konstruierte Quantenraumzeit sich so klassisch verhält, wie wir uns das wünschen.

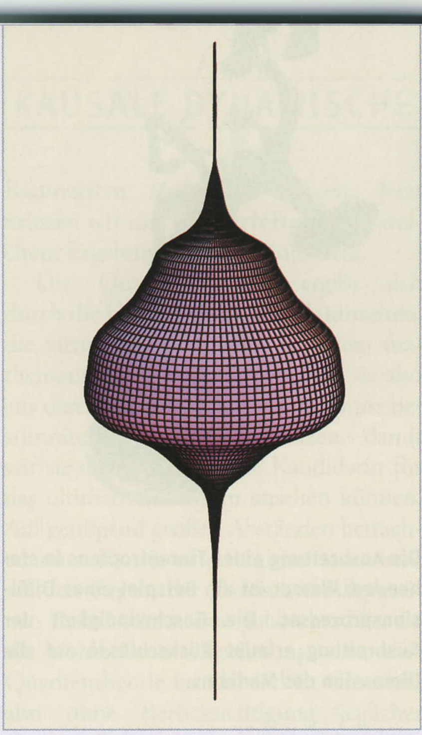
Nähern wir uns dagegen im immer Kleineren der Planck-Skala, so verliert das klassische Bild seine Gültigkeit. Die spektrale Dimension sinkt signifikant unter den Wert vier – und ist im Allgemeinen nicht einmal mehr eine ganze Zahl! Klassische glatte Räume oder Raumzeiten, wie sie die Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt, können niemals solch sonderbare Eigenschaften besitzen. Wir haben es mit einer neuen Art von »Quantenraum« zu tun, dessen genauere Eigenschaften derzeit erforscht werden.

JAN DEINHELD

Die Ausbreitung eines Tintentropfens in stehendem Wasser ist ein Beispiel eines Diffusionsprozesses. Die Geschwindigkeit der Ausbreitung erlaubt Rückschlüsse auf die Dimension des Mediums.

Nicht ganzzahlige spektrale Dimensionen sind vor allem von fraktalen Geometrien bekannt. Ein Beispiel dafür ist die berühmte Sierpiński-Fläche. Sie entsteht durch unendliches Unterteilen und Wegschneiden von dreieckigen Teilflächen aus einem ebenen Dreieck. Ihre spektrale Dimension beträgt ungefähr 1,6, liegt also zwischen der Eindimensionalität einer Linie und der Zweidimensionalität des ursprünglichen Dreiecks. Eine charakteristische Eigenschaft von Fraktalen ist ihre Selbstähnlichkeit: Ein kleines Teilstück eines Fraktals sieht unter einem Vergrößerungsglas betrachtet genauso wie das ursprüngliche Fraktal aus. Dasselbe gilt für ein vergrößertes Teilstück eines Teilstücks, und so weiter ad infinitum. Das Bild des Sierpiński-Dreiecks illustriert das.

Die Eigenschaften unserer dynamisch erzeugten Quantenraumzeit deuten nach bisherigen Untersuchungen darauf hin, dass sie tatsächlich fraktale, selbstähnliche Eigenschaften besitzt. Dazu müssen allerdings die Abstände klein sein, also in der Nähe der Planck-Skala und darunter liegen. Diese Selbstähnlichkeit würde elegant die Frage danach beantworten, was sich unterhalb der Planck-Länge abspielt. Die Raumzeit würde demnach nicht aus fundamentalen, diskreten »Quanten« bestehen, wie das andere Ansätze wie zum Beispiel die Schleifen-Quantengravitation voraussetzen. Stattdessen erhalten wir hier das Bild einer Raumzeit, die auch im Kleinsten kontinuierlich bleibt. Allerdings »passiert« unterhalb der Planck-Länge nichts mehr: Dort sieht die Quan-



JAN AMBJØRN, JERZY JURKIEWICZ UND RENATE LOLL

Das mit Hilfe kausaler dynamischer Triangulierungen erzeugte Quantenuniversum. Hier ist lediglich seine Form auf großen Skalen, also das Volumen des räumlichen Universums in Abhängigkeit von der Zeit (senkrechte Achse) dargestellt.

tenraumzeit auf allen Skalen immer gleich aus.

Auf Größenskalen oberhalb der Planck-Länge endet jedoch diese Selbstähnlichkeit. Das heißt, dass dort im Prinzip Krümmungsstrukturen auftreten können, die von der Skala abhängen. Da es sich bei unserer Quantengeometrie um den absoluten Grund- oder Vakuumzustand der Raumzeit handelt, erwarten wir jedoch nicht allzu viele orts- oder zeitabhängige Strukturen.

Eine Ausnahme bildet die größtmögliche Längenskala des Systems, also die Gesamtausdehnung des untersuchten Stücks Raumzeit. Wenn wir die computererzeugte Raumzeit auf diesen Skalen vermessen, stellen wir fest, dass sie die geometrische Form einer bestimmten kosmologischen Raumzeit besitzt. Dabei handelt es sich um eine wohlbekannte Lösung der Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie: Sie beschreibt das leere Universum auf großen Distanzen und in Gegenwart einer kosmologischen Konstanten, die das heutige Standardmodell der Kosmologie mit einer speziellen Art dunkler Energie gleichsetzt, die sich mit der Zeit nicht verändert.

Dies ist ein weiteres Indiz dafür, dass unsere mit Hilfe von kausalen dynamischen Triangulierungen konstruierte Theorie der Quantengravitation korrekt den Grenzfall der klassischen, makroskopischen Welt beschreibt. Allerdings stellen alle hier diskutierten Indizien noch keinen endgültigen Beweis dafür dar, dass diese Theorie die physikalisch richtige ist.

Lassen wir noch einmal die wesentlichen Merkmale unserer Konstruktion Revue passieren. Wir haben anfangs festgestellt, dass ein Verständnis der leeren Raumzeit auf allerkleinsten Abständen, der Mutter aller Vakua, einer breiteren theoretischen Grundlage in Form einer Theorie der Quantengravitation bedarf. Diese Theorie muss auf größeren Skalen nahtlos an bereits bekannte und erprobte physikalische Theorien anschließen. Trotz intensiver Bemühungen der letzten Jahrzehnte, unter anderem aus dem Blickwinkel der Stringtheorie, gibt es eine solche Theorie bisher nicht.

Das könnte zu dem Schluss verleiten, dass völlig neue physikalische Größen und Ordnungsprinzipien auf der Planck-Skala »erraten« werden müssen. Da diese Skala auf absehbare Zeit experimentell unzugänglich bleiben wird, birgt das die Gefahr der Beliebigkeit. Eine Alternative hierzu bietet die Methode der kausalen dynamischen Triangulierungen. Sie hat es nicht nötig, neuartige physikalische Größen zu raten oder bestehende physikalische Prinzipien der Quantentheorie und Relativitätstheorie zu modifizieren. Sie führt sie lediglich auf korrekte Weise in einem Rahmen zusammen, der große Fluktuationen der Raumzeitgeometrie auf kleinen Skalen zulässt.

Die Zukunft des Quantenuniversums

Die Methode der kausalen dynamischen Triangulierungen besticht durch ihre konzeptionelle Einfachheit. Sie kommt mit sehr wenigen grundlegenden Prinzipien und Strukturen aus. Zum anderen lässt sie sich sehr gut auf dem Computer umsetzen. So können vom theoretisch formulierten Modell tatsächlich konkrete Ergebnisse abgeleitet werden, wie wir am Beispiel der Berechnung der spektralen Dimension gesehen haben. Damit lassen sich hoffentlich neue physikalische Phänomene vorhersagen, die aus Quanteneigenschaften der Raumzeit ableitbar sind.

Die bisher erzielten Ergebnisse sind viel versprechend. Doch es bedarf noch viel Forschungsarbeit, bevor wir mit einiger Sicherheit sagen können, dass wir die richtige Theorie der Quantengravitation gefunden haben. Per Computer können wir »Experimente« machen, indem wir zum Beispiel Testteilchen in die bislang leere Quantenraumzeit platzieren und die sich ergebenden Wechselwirkungen analysieren. Werden diese in unser heutiges physikalisches Weltbild passen? Natürlich interessiert uns auch eine konkretere Beschreibung des »Quantenschaums« der Raumzeit auf der Planck-Skala. Gibt es kleinste Bausteine der Raumzeit, also so etwas wie ihre »Atome«? Zu den überaus interessanten Fragen gehört auch, ob und wie der Raumzeitschaum zur Dunklen Energie der Raumzeit beiträgt.

An dem hier vorgestellten Lösungsversuch fasziniert die Tatsache, dass sich aus einer minimalen Zahl konventioneller Zutaten – vor allem der Prinzipien der Quantenüberlagerung und der Kausalität – eine sehr reiche Quantenstruktur mit unerwarteten Eigenschaften ableiten lässt. Wir haben konkrete Anhaltspunkte dafür, dass die so konstruierte Quantenraumzeit die klassischen Eigenschaften auf großen Skalen reproduziert, wie sie für die Konsistenz einer Theorie der Quantengravitation unerlässlich sind. Kausale dynamische Triangulierungen stellen eine probate Methode zur Auswertung der berüchtigten »Summe über Geschichten« dar, die sicher noch viele andere Überraschungen für uns bereithält. ◁

AUTORIN UND LITERATURHINWEISE

Renate Loll ist Professorin für Theoretische Physik an der Universität Utrecht. Aus verschiedenen Blickwinkeln arbeitet sie an einer Lösung der Quantengravitation. Sie ist Mitbegründerin des Forschungsprogramms über kausale dynamische Triangulierungen und Trägerin des hochdotierten niederländischen VICI-Forschungsförderpreises.

www.phys.uu.nl/~loll/Web/press/press.html

The universe from scratch. Von J. Ambjørn, J. Jurkiewicz und R. Loll in: Contemporary Physics, Bd. 47, S. 103, 2006. http://arxiv.org/abs/hep-th/0509010 (allgemein verständlicher Übersichtsartikel)

Reconstructing the universe. Von J. Ambjørn, J. Jurkiewicz und R. Loll in: Physical Review D, Bd. 72, S. 064014, 2005. http://arxiv.org/abs/hep-th/0505154

Deriving Dimensions. Von A. Cho in: Physical Review Focus Story, September 2004, http://focus.aps.org/story/v14/st13